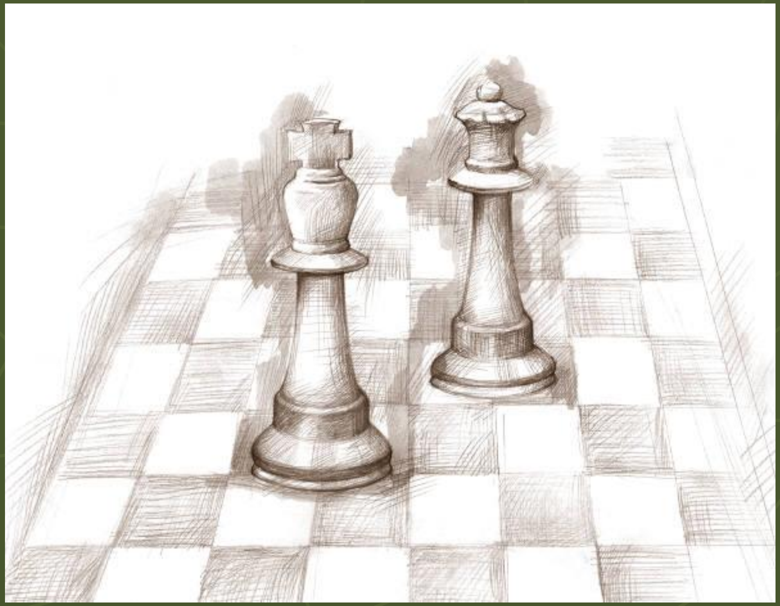
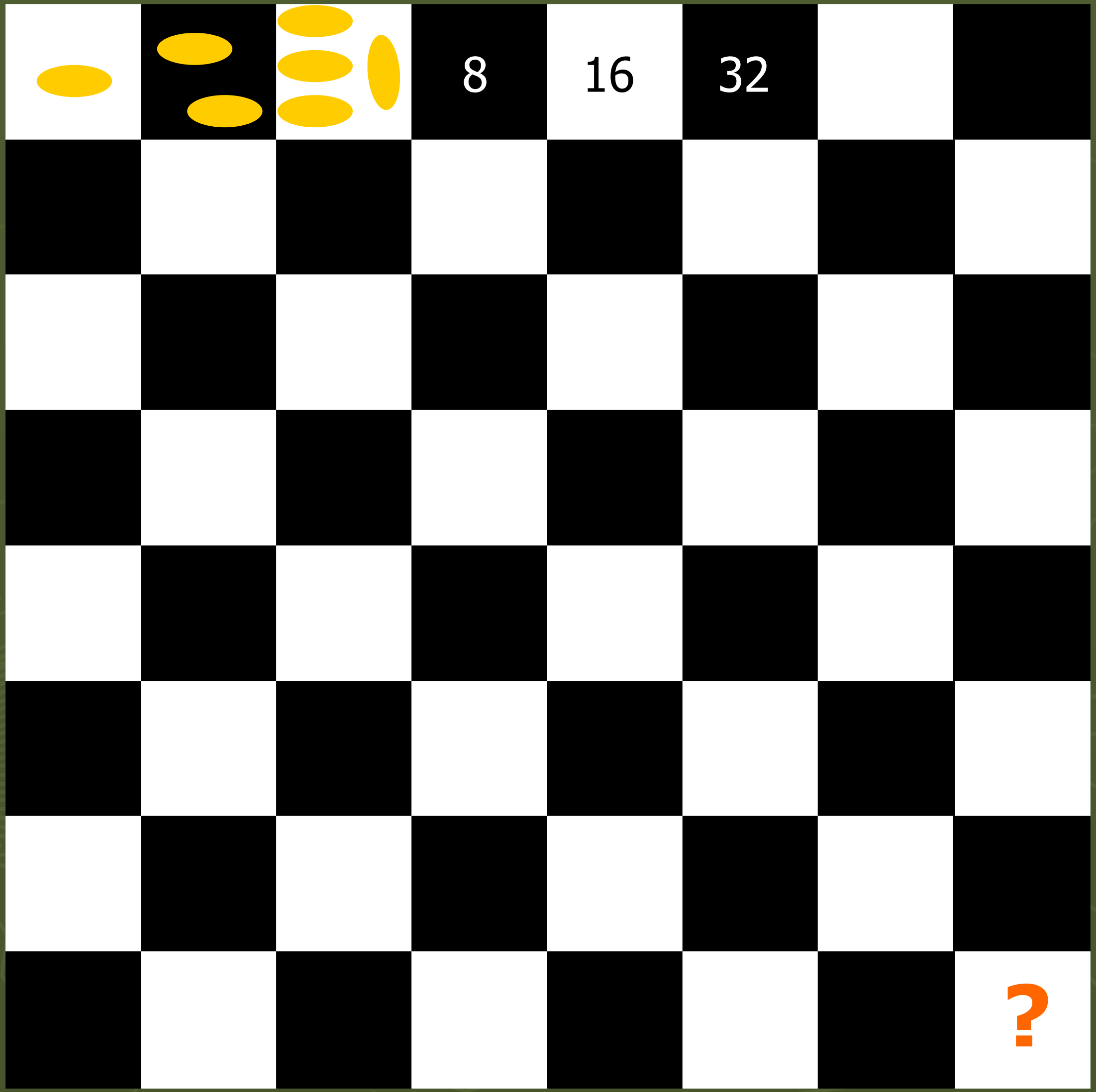
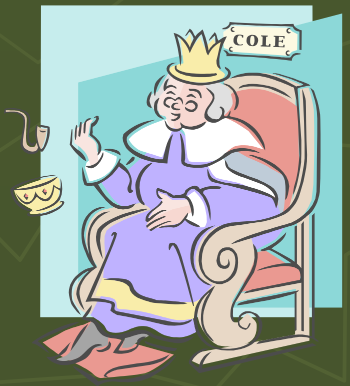
Mértani sorozat



Készítette: Nyáriné Tóth Beáta

A sakkjáték feltalálója jutalmat kért az uralkodótól…





Számoljunk…

$$S = 1 + \cancel{2} + \cancel{4} + \ldots + \cancel{2^{63}} \quad / \cdot 2$$

$$- \qquad 2 \cdot S = \cancel{2} + \cancel{4} + \ldots + \cancel{2^{63}} + 2^{64}$$

$$S = 2^{64} - 1$$

Mértani sorozat n-edik tagja…

$$n=1 \qquad a_1 = a_1 \cdot q^0$$

Tegyük fel, hogy n=k-ra teljesül.

Bizonyítsuk n=k+1-re…

$$a_{k+1} = a_k \cdot q = a_1 \cdot q^{k-1} \cdot q = a_1 \cdot q^k$$

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^n}$$

Mértani sorozat első n tagjának összege…

$$S_n = a_1 + \cancel{a_2} + \cancel{a_3} + \ldots + \cancel{a_n} \qquad / \cdot q$$

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + a_3 \cdot q + \ldots + a_n \cdot q$$

$$- \quad q \cdot S_n = a_2 + \cancel{a_3} + \cancel{\ldots} + a_n + \cancel{a_{n+1}}$$

$$q \cdot S_n - S_n = a_{n+1} - a_1$$

$$S_n \cdot \left(q-1\right) = a_1 \cdot q^n - a_1$$

$$S_n \cdot \left(q-1\right) = a_1 \cdot \left(q^n - 1\right)$$

$$\boxed{S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} (q \neq 1)}$$